

NOUVELLE FORMULE POUR PRÉDIRE LE FACTEUR DE LA DUCTILITÉ LOCALE DES POUTRES EN BÉTON À HAUTE RÉSISTANCE

NEW FORMULA TO PREDICT THE CURVATURE DUCTILITY FACTOR OF HIGH STRENGTH CONCRETE BEAMS

BOUZID Haytham¹, KASSOUL Amar²

¹Université Ibn Khaldoun, Tiaret, Algérie, e-mail : haytambouzid@hotmail.com

²Université Hassiba Benbouali, Chlef, Algérie, e-mail : amarkassoul@gmail.com

Réception: 04/10/2017

Acceptation : 10/17/2017

Publication : 31/01/2018

Résumé- Du point de vue de sécurité structurelle, la ductilité est un paramètre important, Un niveau de ductilité locale élevé fourni à la structure une grande chance de survie contre les impacts accidentels et les attaques sismiques. La ductilité des poutres en béton armé est très importante car elle est la propriété qui permet aux structures de dissiper l'énergie dans les zones sismiques. Cet article présente une révision d'une ancienne formule proposée pour prédire le facteur de ductilité locale ou en courbure des poutres en béton à haute résistance non confinées. Cette révision est faite pour faciliter l'utilisation de la formule proposée précédemment. La nouvelle formule a été comparée avec l'ancienne formule et avec autres résultats numériques et expérimentaux. Comme l'ancienne formule, cette nouvelle regroupe tous les paramètres pouvant affecter la ductilité locale des poutres en BHR non confinés et possède le même domaine d'application.

Mots - clés : Béton à haute résistance, Ductilité locale, Eurocode 2, Nouvelle formule, Poutres.

Abstract- From the structural safety point of view, ductility is an important parameter, a relatively high level of curvature ductility would provide to the structure an increased chance of survival against accidental impact and seismic attack. The ductility of reinforced concrete beams is very important, because it is the property that allows structures to dissipate energy in seismic zone. This paper presents a revision of an ancient formula for predicting the curvature ductility factor of unconfined HSC beams to make it easier in the use. The new formula is compared with the ancient formula and other numerical and experimental results. The new formula regroups all parameters can affecting the curvature ductility of unconfined HSC beams and it has the same domain of application as the ancient formula.

Keywords: Eurocode 2, Curvature ductility, High strength concrete, New formula, Reinforced concrete Beams.

1-Introduction

Le béton à haute résistance fournit plusieurs avantages aux éléments structuraux en béton armé. Néanmoins, il rend ces éléments plus fragiles. Cependant, dans les éléments structuraux, ce type de béton ne se trouve pas seul, car il devrait être muni au moins d'une quantité d'armatures minimales de renforcement, selon le code de conception utilisé. De-là, il ressort que le comportement du BHR associé avec les armatures diffère complètement de celui du béton ordinaire. Bien que le BHR soit fragile comparativement à un béton ordinaire, les éléments structuraux en

BHR présentent une ductilité en courbure plus que les éléments en béton ordinaire en raison de la profondeur réduite de l'axe neutre.

En principe, une structure résistante aux séismes doit être munie d'une classe de ductilité locale plus que normale, car la capacité d'absorption de l'énergie sismique des éléments structuraux en béton armé dépend du niveau de la ductilité locale des éléments (poutres, poteaux, ...) [1]. D'ici découle l'importance particulière accordée à la ductilité locale dans la conception parasismique. Les codes parasismiques, tels que : le code Américain ACI-318 [2], le code Canadien CSA [3],

l'Eurocode 8 [4] recommandent une relation entre la ductilité locale et les armatures longitudinales dans les éléments structuraux qui se traduit par l'exigence de pourcentage d'armature minimal et maximal ou par la profondeur de la zone comprimée (profondeur de l'axe neutre). Récemment Baji et *al.* [5] et Baji et *al.* [6] ont développé un modèle probabiliste pour comparer entre les différents codes parasismiques, tels que : le code Américain ACI [2], le code Canadien CSA [3], l'Eurocode 8 [4], le code de la Nouvelle Zélande NZS [7], le code Australien AS [8] et le code fib [9] en ce qui concerne la fourniture d'une ductilité minimale aux poutres en béton armé. Les résultats de l'analyse montrent que ces codes sont en bon accord l'un avec l'autre.

Dans la conception parasismique, le terme ductilité est utilisé pour évaluer la performance des structures, en indiquant la quantité d'énergie sismique qui peut être dissipée par les déformations plastiques. La ductilité locale est un paramètre très important dans la conception des poutres en béton armé car elle donne la possibilité de réduire les efforts de conception sismiques et permet de produire des dégâts contrôlés dans la structure même en cas de fortes secousses sismiques [10], [11]. La ductilité locale ou en courbure est définie par son facteur μ_ϕ qui est le rapport entre la courbure ultime ϕ_u et la courbure à la fin de la phase élastique ϕ_y [12]:

$$\mu_\phi = \frac{\phi_u}{\phi_y} \quad (1)$$

Il y a de nombreuses études expérimentales et numériques réalisées sur la ductilité locale des poutres en BHR non confinées. Concernant les études expérimentales, Maghsoudi et *al.* [13], Maghsoudi et *al.* [14], Shohana et *al.* [15] et Mohammad et *al.* [16] ont testé des poutres en béton ordinaire et à haute résistance pour calculer le facteur de la ductilité locale et de déplacement à partir des diagrammes moment-courbure et moment-déplacement respectivement. D'autres part, concernant les nouvelles études numériques, Arslan et *al.* [1] ont proposé une formule simple qui prend en considération l'effet de la résistance élevée du béton (f_{ck}) jusqu'à 110 MPa, la limite élastique des aciers (f_{yk}), le pourcentage des armatures

tendues (ρ) et le pourcentage de balancement (ρ_b), cette formule est donnée comme suit:

$$\mu_\phi = 40(f_{ck})^{-0.17}(f_{yk})^{-0.42}\left(\frac{\rho}{\rho_b}\right)^{-1.18} \quad (2)$$

Dans une autre étude numérique, Ho et *al.* [17] ont proposé aussi une formule pour prédire le facteur de la ductilité locale qui tient en compte l'effet de la résistance du béton (f_{ck}), la limite élastique des aciers tendus et comprimés (f_{yt} et f_{yc} respectivement), les taux d'armatures tendues et comprimées (ρ_t et ρ_c respectivement) et le degré de renforcement (λ), la formule de Ho et *al.* [17] est donnée par la relation suivante :

$$\mu_\phi = 10.7(f_{ck})^{-0.45}(\lambda)^{-1.25} \left(1 + 95.2(f_{ck})^{-1.1}\left(\frac{f_{yc}\rho_c}{f_{yt}\rho_t}\right)^3\right)\left(\frac{f_{yt}}{460}\right)^{-0.25} \quad (3)$$

En 2013, Lee [18], [19], a étudié aussi la ductilité locale des poutres avec BHR non confinées. Dans la première recherche Lee [18] a proposé une formule pour calculer le facteur de ce type de ductilité. Cette formule contient un nouveau paramètre qui est la contrainte dans les armatures comprimées (f_{sc}). La formule de Lee [18] est donnée dans l'équation (4). Dans la deuxième recherche, Lee [19] a proposé une méthode pour calculer le facteur de la ductilité locale à partir des relations moment-courbure. Les résultats obtenus sont comparés avec l'expérimentation de Jang et *al.* [20], Hong [21] et Rashid et *al.* [22].

$$\mu_\phi = \left[\left(\rho_t - \rho_c \frac{f_{sc}}{f_{yc}}\right) / \rho_b\right]^{-1.279} * (f_{yt})^{0.215} * \left[-0.6(f_{ck})^2 + 88f_{ck} + 2.285\right] * 10^{-3} \quad (4)$$

Récemment, en se basant sur l'Eurocode 2 [23], Bouzid et *al.* [24] ont proposé une nouvelle formule qui regroupe tous les paramètres influents la ductilité locale des poutres en BHR non confinées, cette formule a été validée par les résultats numériques et expérimentaux de Lee [18], Maghsoudi et *al.* [13] et Maghsoudi et *al.* [14].

La formule proposée par Bouzid et *al.* [24] est exprimée comme suit :

$$\mu_{\varphi} = \left(\frac{132997,261}{-0.0003 f_{ck}^2 + 0.0476 f_{ck} - 0.367} \right) * \left(36 \rho \left(\frac{\rho'}{\rho} - \frac{1}{2} \right) - \frac{1}{3} \left(\frac{\rho'}{\rho} - \frac{7}{2} \right) \right) * f_{yk}^{-2.268} \rho^{-0.93} \quad (5)$$

Malgré que la formule de Bouzid et *al.* [24] regroupe tous les paramètres qui peuvent influencer la ductilité locale des poutres en BHR non confinées, l'application de cette formule reste un peu difficile par sa longueur et ses exposants. D'ici est venu l'idée de réviser cette formule. L'objectif principal de cette recherche est de reformuler cette proposition, en particulier ajuster les exposants des paramètres (f_{yk}) et (ρ) et donner une autre forme à la fonction qui représente l'effet de la résistance du béton (f_{ck}).

2- Méthode d'évaluation du facteur de la ductilité locale basant sur l'Eurocode 2

2.1- Loix de comportement des matériaux

2.1.1- Béton

Le modèle du béton utilisé par Bouzid et *al.* [24] est le modèle parabole rectangle de l'Eurocode 2 [23], (Fig. 1). La valeur de calcul de la résistance en compression du béton f_{cd} est exprimée par :

$$f_{cd} = \frac{\alpha_{cc} f_{ck}}{\gamma_c} \quad (6)$$

Où : γ_c est le facteur partiel de sécurité pour le béton, égal à 1,5 pour les situations durables et à 1,2 pour les situations accidentelles. α_{cc} est un coefficient tenant compte des effets à long terme sur la résistance à la compression du béton, sa valeur varie entre 0,8 et 1.

La contrainte σ_c est donnée par :

$$\sigma_c = \begin{cases} f_{cd} \left[1 - \left(1 - \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c2}} \right)^n \right] & 0 \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{c2} \\ f_{cd} & \varepsilon_{c2} \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{cu2} \end{cases} \quad (7)$$

Où : ε_c est la déformation résultant de la compression du béton et ε_{c2} est la déformation de compression du béton sous la contrainte maximale f_{cd} . Elle est exprimée par :

$$\varepsilon_{c2} (\%) = \begin{cases} 2 & f_{ck} \leq 50 \text{ MPa} \\ 2.0 + 0.085 (f_{ck} - 50)^{0.53} & f_{ck} > 50 \text{ MPa} \end{cases} \quad (8)$$

La déformation ultime ε_{cu2} du béton est définie par :

$$\varepsilon_{cu2} (\%) = \begin{cases} 3.5 & f_{ck} \leq 50 \text{ MPa} \\ 2.6 + 35 \left(\frac{90 - f_{ck}}{100} \right)^4 & f_{ck} > 50 \text{ MPa} \end{cases} \quad (9)$$

Avec n un exposant qui prend les valeurs suivantes :

$$n = \begin{cases} 2 & f_{ck} \leq 50 \text{ MPa} \\ 1.4 + 23.4 \left(\frac{90 - f_{ck}}{100} \right)^4 & f_{ck} > 50 \text{ MPa} \end{cases} \quad (10)$$

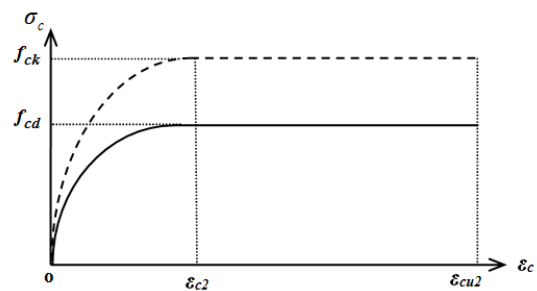


Figure 1 : Diagramme parabole rectangle du béton non confiné sous compression [23].

Figure 1: Parabola rectangle Diagram of unconfined concrete under compression [23].

2.1.2- Acier

Le modèle d'acier utilisé par Bouzid et *al.* [24] est aussi le modèle de l'Eurocode 2

[23], (Fig. 2). La valeur de calcul de la contrainte f_{yd} est exprimée par :

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} \quad (11)$$

Où γ_s est un coefficient partiel de l'acier égal à 1,15 pour les situations durables et 1 pour les situations accidentelles.

$\varepsilon_{sy,d} = f_{yd} / E_s$: allongement élastique de l'armature sous charge maximale

E_s : module d'élasticité de l'acier, égal à 200 000 MPa.

ε_{uk} : allongement ultime de l'armature sous charge maximale. cette déformation ultime est limitée à 5% pour la classe B et 7,5% pour la classe C. La valeur recommandée pour ε_{ud} est $0,9\varepsilon_{uk}$

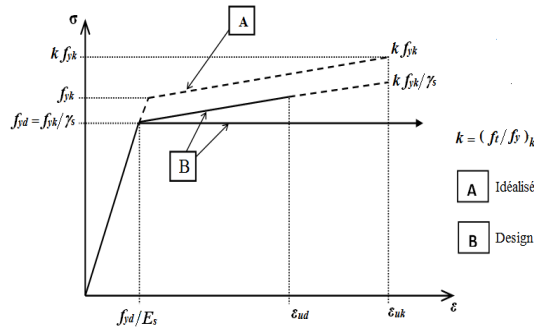


Figure 2 : Diagramme "Contrainte – Déformation" des aciers du béton armé [23].

Figure 2: Stress - strain diagram of steel [23].

2.2- Facteur de la ductilité locale

Le facteur de la ductilité locale ou en courbure s'obtient en faisant le rapport entre la courbure ultime déterminée à l'état limite ultime et la courbure à la fin de la phase élastique déterminée à l'état limite de service. Dans ce qui suit, une section rectangulaire d'une poutre en béton armé en flexion simple aux états limites (état limite de service et ultime) est présentée.

2.2.1- Courbure à la fin de la phase élastique

La figure 3 présente une section rectangulaire d'une poutre à l'état limite de service. D'après la Figure 3(a), la courbure à la fin de la phase élastique est exprimée par :

$$\varphi_y = \frac{\varepsilon_{sy,d}}{d(1-\xi_y)} \quad (12)$$

Où ξ_y représente le facteur de la hauteur de l'axe neutre à la fin de la phase élastique, d est la hauteur utile et d' est la distance entre la fibre extrême et le centre des armatures comprimées.

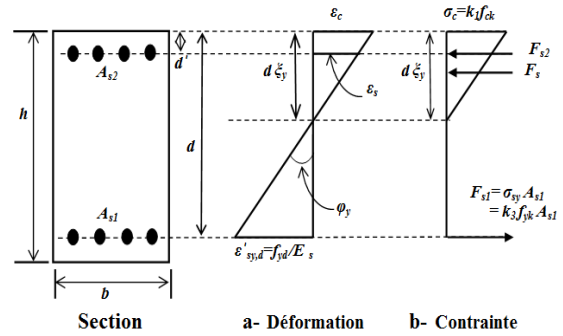


Figure 3 : Comportement d'une section fléchie d'une poutre en béton armé à l'état limite de service.

Figure 3: Behavior of reinforced concrete beam section in flexure first yield.

La déformation dans les armatures comprimées ε_{s2} s'écrit:

$$\varepsilon_{s2} = \frac{(\xi_y d - d') k_3 f_{yk}}{d(1-\xi_y) E_s} \quad (13)$$

Si la déformation dans les armatures comprimées $\varepsilon_{s2} \leq f_{yk} / E_s$, le facteur ξ_y s'écrit comme suit :

$$\xi_y = \left(\frac{1}{2} + \frac{k_3 f_{yk}}{k_1 f_{ck}} (\rho + \rho') \right) - \sqrt{\left(\frac{1}{2} + \frac{k_3 f_{yk}}{k_1 f_{ck}} (\rho + \rho') \right)^2 - \frac{2k_3 f_{yk}}{k_1 f_{ck}} \left(\rho + \frac{d'}{d} \rho' \right)} \quad (14)$$

Où $\rho = A_{s1} / bd$ est le taux d'armatures tendues et $\rho' = A_{s2} / bd$ est le taux d'armatures comprimées, $k_1 = 0,6$ et $k_3 = 0,8$.

Dans le cas contraire où $\varepsilon_{s2} > f_{yk} / E_s$, les armatures comprimées A_{s2} sont plastifiées en compression. Dans ce cas le facteur ξ_y devient :

$$\xi_y = \frac{2k_3 f_{yk}}{k_1 f_{ck}} (\rho - \rho') \quad (15)$$

2.2.2- Courbure à l'état limite ultime

A l'état limite ultime, la Figure 4 illustre le comportement d'une section transversale la plus défavorable d'une zone critique de poutre en béton armé.

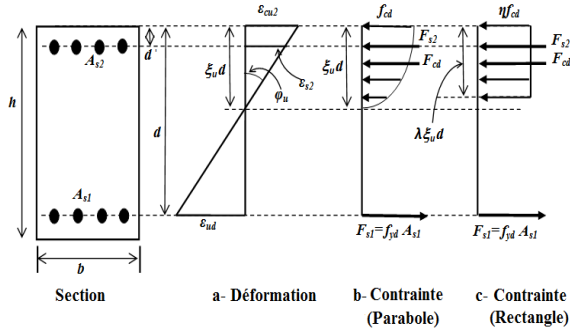


Figure 4 : Comportement de la section d'une poutre à l'état limite ultime.

Figure 4: Behavior of reinforced concrete beam section in flexure at the ultimate limit state.

D'après la Figure 4(a), la courbure à l'état limite ultime est exprimée par :

$$\varphi_u = \frac{\varepsilon_{cu2}}{\xi_u d} \quad (16)$$

Où ξ_u représente le facteur de la hauteur de la zone comprimée à l'état limite ultime. Ce facteur s'écrit comme suit :

$$\xi_u = \frac{(f_{yd} \rho - \varepsilon_{cu2} E_s \rho')}{2 \lambda \eta f_{cd}} + \frac{\sqrt{(f_{yd} \rho - \varepsilon_{cu2} E_s \rho')^2 + 4 \lambda \eta f_{cd} \varepsilon_{cu2} E_s \rho' \frac{d'}{d}}}{2 \lambda \eta f_{cd}} \quad (17)$$

Où λ est le facteur de la hauteur effective de la zone comprimée (Fig. 4(c)). D'après l'Eurocode 2 [23], il s'exprime par :

$$\lambda = \begin{cases} 0.8 & f_{ck} \leq 50 \text{ MPa} \\ 0.8 - \frac{f_{ck} - 50}{400} & 50 \text{ MPa} < f_{ck} \leq 90 \text{ MPa} \end{cases} \quad (18)$$

Avec η le facteur de la résistance effective du béton (Fig. 4(c)). D'après l'Eurocode 2 [23], il s'exprime par :

$$\eta = \begin{cases} 1.0 & f_{ck} \leq 50 \text{ MPa} \\ 1.0 - \frac{f_{ck} - 50}{200} & 50 \text{ MPa} < f_{ck} \leq 90 \text{ MPa} \end{cases} \quad (19)$$

3- Formule proposée par Bouzid et al. [24]

L'étude précédente [24] de l'influence des différents paramètres affectant le facteur de la ductilité locale ou en courbure a montré que ce facteur peut être représenté comme une fonction hyperbolique :

$$\mu_\varphi = A \rho^B \quad (20)$$

Où A et B sont des coefficients qui seront déterminés en fonction des paramètres étudiés précédemment (f_{ck} , ρ , ρ'/ρ et f_{yk}).

Pour faciliter les calculs, ils ont fixé le coefficient B par -0,93 et le coefficient A en fonction des paramètres étudiés, dès lors le coefficient A devient comme suit :

$$A = f(f_{ck}, (\rho'/\rho), f_{yk}) \quad (21)$$

or :

$$A = \alpha(f_{ck}) * \beta(f_{yk}) * \gamma(\rho'/\rho) \quad (22)$$

Où $\alpha(f_{ck})$, $\beta(f_{yk})$ et $\gamma(\rho'/\rho)$ sont des fonctions avec les variables f_{ck} , f_{yk} et (ρ'/ρ) respectivement.

Dans le cas d'un béton à haute résistance, le coefficient A est obtenu comme suit :

$$A = \left(\frac{132997,261}{-0.0003 f_{ck}^2 + 0.0476 f_{ck} - 0.367} \right)^* \left(36 \rho \left(\frac{\rho'}{\rho} - \frac{1}{2} \right) - \frac{1}{3} \left(\frac{\rho'}{\rho} - \frac{7}{2} \right) \right)^* f_{yk}^{-2.268} \quad (23)$$

La formule proposée est appliquée pour les poutres ayant une résistance du béton f_{ck} de 50 jusqu'à 90 MPa, une limite élastique des

aciers f_{yk} de 400 jusqu'à 600 MPa, un pourcentage d'armatures tendues $1 \leq \rho \leq 5$ % et un pourcentage d'armatures comprimées ρ' de 0,25 ρ jusqu'à ρ .

4- Ajustement de la formule de Bouzid et al. [24]

Dans cette section on essaye d'ajuster les exposants des deux paramètres (ρ et f_{yk}), ensuite nous essayerons de donner une autre forme à la fonction $\alpha(f_{ck})$ qui représente l'effet de la résistance du béton f_{ck} .

4.1- Effet du pourcentage d'armatures tendues (ρ)

Le tableau 1 présente les différentes valeurs du rapport ρ à la puissance -0,93 et -1. D'après ce tableau, on peut ajuster la valeur -0,93 par -1, le tableau 1 présente cette opération où on remarque que la moyenne des rapports ($\rho^{-0,93} / \rho^{-1}$) est égale à 0,777 et l'erreur calculée entre $\rho^{-0,93}$ et $0,777 * \rho^{-1}$ ne dépasse pas une valeur de 7 %, alors on peut remplacer $\rho^{-0,93}$ par $0,777 * \rho^{-1}$.

Tableau 1 : Modification de l'exposant de ρ .
Table 1: Modification of ρ exponent.

ρ (%)	$\rho^{-0,93}$	ρ^{-1}	$\frac{\rho^{-0,93}}{\rho^{-1}}$	$0,777 * \rho^{-1}$	Erreurs ($\rho^{-0,93} / 0,777 \rho^{-1}$) (%)
0,01	72,44	100,00	0,72	77,66	6,72
0,015	49,69	66,67	0,75	51,78	4,04
0,02	38,02	50,00	0,76	38,83	2,08
0,025	30,90	40,00	0,77	31,07	0,54
0,03	26,08	33,33	0,78	25,89	0,73
0,035	22,60	28,57	0,79	22,19	1,83
0,04	19,96	25,00	0,80	19,42	2,78
0,045	17,89	22,22	0,80	17,26	3,64
0,05	16,22	20,00	0,81	15,53	4,40
Moyenne ($\rho^{-0,93} / \rho^{-1}$)			0,777		

4.2- Effet de la limite élastique (f_{yk})

Concernant la limite élastique des aciers, la formule précédente utilise un exposant qui égale à -2,268. Dans le tableau 2 on a essayé d'ajuster cet exposant à -2. D'après ce tableau, on observe que la moyenne des rapports ($f_{yk}^{-2,268} / f_{yk}^{-2}$) est égale à 0,190 et l'erreur maximale calculée entre $f_{yk}^{-2,268}$ et $0,190 * f_{yk}^{-2}$ est égale à 5,8 %. Par conséquent, on peut remplacer $f_{yk}^{-2,268}$ par $0,190 * f_{yk}^{-2}$.

Tableau 2 : Modification de l'exposant de f_{yk} .
Table 2: Modification of f_{yk} exponent.

f_{yk} (MPa)	$f_{yk}^{-2,268}$ (E-7)	f_{yk}^{-2} (E-6)	$\frac{f_{yk}^{-2,268}}{f_{yk}^{-2}}$ (E-1)	$0,190 * f_{yk}^{-2}$ (E-7)	Erreurs ($f_{yk}^{-2,268} / 0,190 f_{yk}^{-2}$) (%)
400	12,5	6,25	2,01	11,9	5,80
450	9,61	4,94	1,95	9,37	2,51
500	7,56	4,00	1,89	7,59	0,35
550	6,09	3,31	1,84	6,27	2,86
600	5,00	2,78	1,80	5,27	5,10
Moyenne ($f_{yk}^{-2,268} / f_{yk}^{-2}$)			0,190		

4.3- Effet de résistance du béton (f_{ck})

La fonction qui représente l'effet de la résistance du béton f_{ck} sur la ductilité locale $\alpha(f_{ck})$ donnée par la relation suivante :

$$\alpha(f_{ck}) = -0,0003f_{ck}^2 + 0,0424f_{ck} - 0,367 \quad (24)$$

On peut écrire $\alpha(f_{ck})$ comme suit :

$$\alpha(f_{ck}) = -0,0003(f_{ck}^2 - 141,33f_{ck} + 1223,33) \quad (25)$$

D'après le calcul des racines carrées de Eq. (25), la fonction $\alpha(f_{ck})$ s'écrit comme suit :

$$\alpha(f_{ck}) \approx -0,0003(f_{ck} - 9,25)(f_{ck} - 132) \quad (26)$$

Le tableau 3 résume les erreurs calculées entre l'ancienne et la nouvelle forme de la fonction $\alpha(f_{ck})$. D'après ce tableau, on remarque que ces erreurs ne dépassent pas une valeur de 0,15 %. La représentation des deux formes de la fonction $\alpha(f_{ck})$ dans la figure 3 montre bien qu'il existe une coïncidence entre ces deux fonctions.

Tableau 3 : Modification de la fonction $\alpha(f_{ck})$.
Table 3: Modification of $\alpha(f_{ck})$ function.

f_{ck} (MPa)	$-0,0003f_{ck}^2 + 0,0424f_{ck} - 0,367$	$-0,0003(f_{ck} - 9,25)(f_{ck} - 132)$	Erreurs (%)
51	1,015	1,015	0,06
55	1,058	1,057	0,06
60	1,097	1,096	0,07
65	1,122	1,121	0,08
70	1,131	1,130	0,09
75	1,126	1,124	0,10
80	1,105	1,104	0,12
85	1,070	1,068	0,13
90	1,019	1,017	0,15

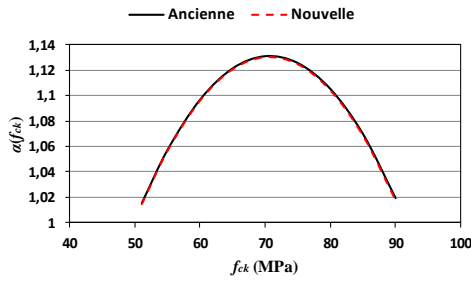


Figure 5 : Ancienne et nouvelle forme de la fonction $\alpha (f_{ck})$.

Figure 5: New and old form of $\alpha (f_{ck})$ function.

4.4- Formule finale

L'ancienne formule est donnée comme suit :

$$\mu_{\varphi} = \left(\frac{132997,261}{-0,0003f_{ck}^2 + 0,0476f_{ck} - 0,367} \right) * \left(36\rho \left(\frac{\rho'}{\rho} - \frac{1}{2} \right) - \frac{1}{3} \left(\frac{\rho'}{\rho} - \frac{7}{2} \right) \right) * f_{yk}^{-2,268} \rho^{-0,93} \quad (27)$$

En remplaçant la fonction $\alpha (f_{ck})$ par sa nouvelle forme, le facteur de la limite élastique $f_{yk}^{-2,268}$ par $0,190 * f_{yk}^{-2}$ et le facteur des armatures tendues $\rho^{-0,93}$ par $0,777 * \rho^{-1}$ dans Eq. (27) on obtient la formule suivante :

$$\mu_{\varphi} = \left(\frac{132997,261 * \left(36\rho \left(\frac{\rho'}{\rho} - \frac{1}{2} \right) - \frac{1}{3} \left(\frac{\rho'}{\rho} - \frac{7}{2} \right) \right)}{-0,0003 * (f_{ck} - 9,25)(f_{ck} - 132)} \right) * (0,190 * f_{yk}^{-2}) (0,777 * \rho^{-1}) \quad (28)$$

La forme finale du facteur de la ductilité locale est comme suit :

$$\mu_{\varphi} \approx \frac{\left(36\rho \left(\frac{\rho'}{\rho} - \frac{1}{2} \right) - \frac{1}{3} \left(\frac{\rho'}{\rho} - \frac{7}{2} \right) \right) 6,53 * 10^7}{(f_{ck} - 9,25)(f_{ck} - 132) f_{yk}^2} \rho^{-1} \quad (29)$$

5- Comparaison de la nouvelle formule avec les résultats numériques

La formule proposée à été comparée premièrement avec l'ancienne formule, les résultats obtenus des moyennes (Moy) et des écarts types (E-T). Des rapports (Eq. 5 / Eq. 29) sont présentés dans le tableau 4 où on remarque que les moyennes des rapports (Eq. 5 / Eq. 29) sont comprises entre 0,95 et 1,06. D'autre part, les écarts types calculés entre ces deux formules sont égaux toujours à 0,04. Comme conclusion, on peut dire que la nouvelle formule est en bonne concordance avec l'ancienne formule.

Tableau 4 : Comparaison entre la nouvelle formule Eq. (29) et l'ancienne formule Eq. (5).

Table 4: Comparison between new and old formula Eq. (29) and Eq. (5) respectively.

f_{yk} (MPa)	$\rho'/\rho = 0,25$		$\rho'/\rho = 0,5$	
	Moy	E-T	Moy	E-T
400	1,06	0,04	1,06	0,04
500	0,99	0,04	0,99	0,04
600	0,95	0,04	0,95	0,04
	$\rho'/\rho = 0,75$		$\rho'/\rho = 1$	
	Moy	E-T	Moy	E-T
400	1,06	0,04	1,06	0,04
500	0,99	0,04	0,99	0,04
600	0,95	0,04	0,95	0,04

En second lieu, la nouvelle formule Eq. (29) a été comparée avec les résultats numériques obtenus par la méthode présentée dans la section 2. Les moyennes des rapports (Eq. 29 / $\mu_{\varphi, \text{numérique}}$) et les écarts types sont présentés dans le tableau 5. D'après ce tableau on observe que Moy $\in [0,91, 1,13]$ et E-T $\in [0,02, 0,11]$, ceci montre aussi qu'il existe une bonne concordance entre la nouvelle formule Eq. (29) et la méthode numérique de l'Eurocode 2 utilisée par Bouzid *et al.* [24] dans la proposition de l'ancienne formule.

Tableau 5 : Comparaison entre la nouvelle formule Eq. (29) et la méthode de l'Eurocode 2.

Table 5: Comparison between the new formula Eq. (29) and the Eurocode 2 numerical results.

f_{yk} (MPa)	$\rho'/\rho = 0,25$		$\rho'/\rho = 0,5$	
	Moy	E-T	Moy	E-T
400	0,95	0,05	0,94	0,04
500	1,04	0,08	0,96	0,02
600	1,13	0,11	1,01	0,04
	$\rho'/\rho = 0,75$		$\rho'/\rho = 1$	
	Moy	E-T	Moy	E-T
400	0,95	0,05	0,98	0,05
500	0,93	0,03	0,93	0,03
600	0,94	0,02	0,91	0,03

Dans le dernier lieu, la nouvelle formule Eq. (29) a été confrontée avec la formule de Lee [18] Eq. (4). Les résultats obtenus des moyennes des rapports (Eq. 29 / Eq. 4) et les écartypes sont présentés dans le tableau 6. D'après ce tableau on remarque que Moy \in [0,96 , 1,14] et E-T \in [0,05 , 0,11], ces remarques montre qu'il existe une fiabilité entre la nouvelle proposition et prédiction de Lee [18].

Tableau 6 : Comparaison de la nouvelle formule Eq. (29) avec la formule de Lee [18].

Table 6: Comparison between the new formula Eq. (29) and the formula of Lee [18].

f_{yk} (MPa)	$\rho'/\rho = 0,25$		$\rho'/\rho = 0,5$	
	Moy	E-T	Moy	E-T
400	1,06	0,11	1,07	0,10
500	1,06	0,08	1,02	0,07
600	1,09	0,08	1,03	0,05
	$\rho'/\rho = 0,75$		$\rho'/\rho = 1$	
	Moy	E-T	Moy	E-T
400	1,10	0,10	1,14	0,09
500	1,01	0,07	1,01	0,07
600	0,98	0,05	0,96	0,05

6- Comparaison de la nouvelle formule avec les résultats expérimentaux

Dans le même contexte, les Tableaux 7 et 8 présentent les détails des poutres testées et les résultats obtenus expérimentalement et avec la nouvelle formule Eq. (29). D'après le tableau 8, on remarque que nos résultats sont très

proches des résultats expérimentaux de Maghsoudi *et al.* [13], Maghsoudi *et al.* [14], ainsi que d'autres résultats théoriques des codes ACI [2] et CSA [3]. La figure 6 confirme cette convergence, où il existe une harmonisation entre la formule et l'expérimentation. Les remarques retenues à partir de cette section confirment la fiabilité de notre nouvelle formule comparativement aux résultats expérimentaux et numériques.

Tableau 7 : Détails des poutres testées [13, 14].

Table 7: Details of tested beams [13, 14].

N°	f_{ck}	d	d'	ρ	ρ'	f_{yk}
poutre (MPa)	(mm)	(mm)	(%)	(%)	(MPa)	
1	73.65	256	40	4.103	2.0515	400
2	66.81	266	40	4.773	2.3865	400
3	77.72	258	42	5.851	2.9255	400
4	56.31	254	42	0.61	0.61	400
5	72.98	256	40	4.81	0.61	400
6	63.48	250	47	1.25	0.61	400
7	73.42	256	40	4.81	1.23	400
8	63.21	251	42	2.03	1.01	400
9	72.98	256	40	4.81	2.41	400
10	71.45	250	47	2.51	1.24	400

Tableau 8 : Comparaison entre la nouvelle formule et les résultats expérimentaux [13, 14].

Table 8: Comparison between the new formula Eq. (29) and the experimental results [13, 14].

N°	μ_{φ}			
	Résultats Expérimentaux	ACI	CSA	Eq. (29)
1	4.33	2.75	3.51	2.65
2	-	2.07	2.65	2.28
3	3.38	1.76	2.18	1.88
4	11.84	9.89	11.91	17.72
5	3,2	1.84	2.29	1.08
6	6,84	6.68	8.13	8.77
7	3,29	2.15	2.72	1.49
8	5,75	5.53	6.87	5.41
9	4,33	2.77	3.52	2.26
10	5,6	4.75	5.87	4.30

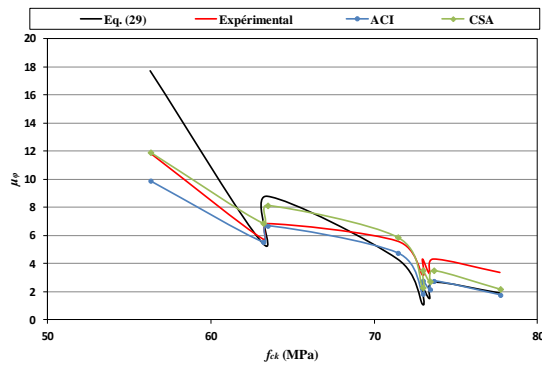


Figure 6 : Comparaison entre la nouvelle formule et les résultats expérimentaux.

Figure 6 : Comparison between the new formula Eq. (29) and the experimental results.

7- Analyse de la ductilité locale dans les sections ayant ρ_{lim} du RPA 99/v-2003

Dans cette section, on essaye d'analyser les facteurs de la ductilité locale dans les sections ayant les pourcentages d'armatures limites ρ_{lim} du règlement parasismique Algérien RPA [25]. Dans ce contexte, il est utile de rappeler que le RPA [25] exige dans les poutres fléchies en béton armé, que le pourcentage maximal ρ_{max} d'armatures longitudinales en toute section n'exécède pas 4 % dans les zones courantes et 6 % dans les sections appartenant à des zones de recouvrement. Concernant le pourcentage minimal ρ_{min} , le RPA [25] limite cette valeur à 0,5 % de la section brute du béton dans tous les cas. Pour les armatures comprimées, le RPA [25] stipule que le pourcentage ρ' d'armatures comprimées doit être supérieur à $0,5\rho$.

Les tableaux 9, 10 et 11 présentent le facteur de la ductilité locale calculé selon la méthode présentée dans la deuxième section. D'après ces tableaux on peut tirer les conclusions suivantes :

1. Le pourcentage minimal ρ_{min} égal à 0,5 % assure une ductilité suffisante quel que soit la résistance du béton et la limite élastique des aciers où il existe un excès de ductilité dans certains cas.
2. Le pourcentage maximal ρ_{max} égal à 4 % assure un comportement ductile

aux sections avec 400 MPa et aux autres sections avec $\rho'/\rho > 0,75$ et $f_{ck} > 45$ MPa.

3. Le pourcentage maximal ρ_{max} égal à 6 % assure un comportement ductile uniquement aux sections avec $f_{yk} = 400$ MPa.

Tableau 9 : Facteur de la ductilité locale μ_ϕ dans les sections ayant les pourcentages préconisés par RPA [25] pour $f_{yk} = 400$ MPa.

Table 9: Curvature ductility factor in beam sections having the limit longitudinal percentages of the RPA [25] for $f_{yk} = 400$ MPa.

ρ'/ρ	$\rho' + \rho$	Béton ordinaire f_{ck} (MPa)			Béton à haute résistance f_{ck} (MPa)		
		20	30	45	60	80	90
0,50	0,005	13,70	18,06	23,28	22,72	22,65	23,02
	0,04	2,11	3,07	4,56	4,47	4,68	4,92
	0,06	-	2,13	3,11	2,95	3,10	3,29
0,75	0,005	14,89	18,79	23,42	22,61	22,41	22,74
	0,04	3,80	4,88	6,44	6,00	6,05	6,29
	0,06	3,06	3,80	4,88	4,38	4,39	4,59
1	0,005	15,71	19,30	23,56	22,59	22,30	22,60
	0,04	5,25	6,33	7,85	7,14	7,07	7,29
	0,06	4,50	5,25	6,33	5,58	5,46	5,66

Tableau 10 : Facteur de la ductilité locale μ_ϕ dans les sections ayant les pourcentages préconisés par RPA [25] pour $f_{yk} = 500$ MPa.

Table 10: Curvature ductility factor in beam sections having the limit longitudinal percentages of the RPA [25] for $f_{yk} = 500$ MPa.

ρ'/ρ	$\rho' + \rho$	Béton ordinaire f_{ck} (MPa)			Béton à haute résistance f_{ck} (MPa)		
		20	30	45	60	80	90
0,50	0,005	9,24	12,64	16,78	16,47	16,49	16,80
	0,04	-	1,71	2,63	2,62	2,78	2,95
	0,06	-	-	1,73	1,66	1,76	1,87
0,75	0,005	10,43	13,55	17,28	16,76	16,67	16,94
	0,04	2,22	2,96	4,03	3,76	3,82	3,99
	0,06	1,72	2,22	2,96	2,64	2,64	2,77
1	0,005	11,29	14,19	17,64	16,97	16,81	17,06
	0,04	3,33	4,10	5,18	4,70	4,66	4,83
	0,06	2,80	3,33	4,10	3,55	3,47	3,61

Tableau 11: Facteur de la ductilité locale μ_ϕ dans les sections ayant les pourcentages préconisés par RPA [25] pour $f_{yk} = 600$ MPa.

Table 11: Curvature ductility factor in beam sections having the limit longitudinal percentages of the RPA [25] for $f_{yk} = 600$ MPa.

ρ'/ρ	$\rho' + \rho$	Béton ordinaire			Béton à haute résistance		
		f_{ck} (MPa)			f_{ck} (MPa)		
		20	30	45	60	80	90
0,50	0,005	6,51	9,24	12,61	12,46	12,53	12,79
	0,04	-	1,05	1,65	1,65	1,78	1,89
	0,06	-	-	1,06	1,02	1,09	1,16
0,75	0,005	7,63	10,19	13,28	12,94	12,92	13,15
	0,04	1,37	1,89	2,66	2,48	2,54	2,67
	0,06	1,01	1,37	1,89	1,69	1,70	1,78
1	0,005	8,45	10,86	13,75	13,28	13,19	13,41
	0,04	2,19	2,77	3,59	3,24	3,22	3,35
	0,06	1,78	2,19	2,77	2,38	2,32	2,41

8- Conclusion

Cet article présente une révision ou une reformulation de l'ancienne formule proposée par Bouzid *et al.* [24]. La nouvelle formule Eq. (29) est plus claire que la précédente Eq. (5) avec moins de longueur et des exposants ajustés. La comparaison entre la nouvelle et l'ancienne formule a montré un bon accord entre ces deux expressions. La nouvelle formule Eq. (29) a été comparée avec les résultats numériques de l'Eurocode 2 [23] et de Lee [18]. Enfin, la nouvelle formule est validée par les résultats expérimentaux de Maghsoudi *et al.* [13] et Maghsoudi *et al.* [14] et d'autres résultats des codes ACI [2] et CSA [3].

Comme l'ancienne formule, la nouvelle proposition Eq. (29) regroupe tous les paramètres influents la ductilité locale d'une poutre en BHR non confiné. Cette formule Eq. (29) est applicable pour les poutres ayant une résistance de béton f_{ck} de 30 à 90 MPa, une limite élastique des aciers f_{yk} de 400 à 600 MPa, un pourcentage d'armatures tendues ρ de 1 à 5% et un taux d'armatures comprimées ρ' de $0,25\rho$ jusqu'à ρ .

L'analyse des pourcentages limites exigés par le règlement parasismique algérien RPA [25] a montré que :

1. Les sections dimensionnées au voisinage de ρ_{min} égal à 0,5 % sont plus ductiles quel que soit le type de matériaux utilisés, quoique ces sections sont rarement utilisées.
2. Les sections dimensionnées au voisinage du pourcentage maximal ρ_{max} égal à 4 % ont une faible ductilité sauf pour les valeurs élevées de ρ'/ρ et f_{ck} .
3. Toutes les sections appartenant à des zones de recouvrement dimensionnées au voisinage de ρ_{max} égal à 6 % sont pratiquement non ductiles, sauf pour les valeurs élevées de ρ'/ρ et f_{ck} avec des limites élastiques f_{yk} inférieures.

Références

- [1] Arslan, G. and Ercan, C., *Curvature ductility prediction of reinforced high strength concrete beam sections.*, Journal of Civil Engineering and Management, Vol. 16, No. 4, pp. 462-470, 2010.
- [2] American Concrete Institute (ACI). *Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318M-14) and Commentary.*, Farmington Hills, MI, Detroit, USA, 2014.
- [3] Canadian Standards Association (CSA). *Design of concrete structures for building.*, Ontario, Canada, 2004.
- [4] Eurocode 8. *Design Provisions for Earthquake Resistance of Structures, Part 1: General Rules, Seismic Actions and Rules for Building.*, EN 1998-1, Brussels, 2004.
- [5] Baji, H. and Ronagh, H.R., *Probabilistic models for curvature ductility and moment redistribution of RC beams.*, Computers and Concrete, Vol. 16, No. 2, pp. 191-207, 2015.
- [6] Baji, H., Ronagh, H.R. and Melchers, R.E., *Reliability of ductility requirements in concrete design codes.*, Structural Safety, Vol. 62, pp. 76-87, 2016.
- [7] NZS 3101, *Concrete Structures Standard-Part 1-The Design of Concrete Structures.*, Standards New Zealand, New Zealand, 2006.



- [8] AS 3600, *Australian concrete structures standard*, Standards Australia, Sydney, Australia, 2009.
- [9] fib Model Code, *First completed draft*, Fédération International du Béton. Switzerland: Lausanne, 2010.
- [10] Gioncu, V. and Mazzolani, F.M., *Ductility of Seismic Resistant Steel Structures.*, Spon Press, Taylor & Francis, Great Britain, London, 2002.
- [11] Barker, M.R. and Puckett, A.I., *Design of Highway Bridges An LRFD Approach.*, John Wiley & Sons, Inc, Hoboken, New Jersey, USA, 2013.
- [12] Park, R., and Ruitong, D., *Ductility of Doubly Reinforced Beam sections.*, ACI Structural Journal, Title No 85-S24, March-April 1988.
- [13] Maghsoudi, A.A. and Bengar, H.A., *Flexural ductility of HSC members.*, Structural Engineering and Mechanics, Vol. 24, No. 2, pp. 195-212, 2006.
- [14] Maghsoudi, A.A., and Sharifi, Y., *Ductility of High Strength Concrete Heavily Steel Reinforced Members.*, Scientia Iranica, Transaction A: Civil Engineering, Vol. 16, No. 4, pp. 297, 2009.
- [15] Shohana, I., Maina, K. and Noor, M. A., *Beam ductility experiment using 500 grade steel.*, International Journal of Science and Engineering Investigations, Vol. 1, No. 1, pp. 1-6, 2012.
- [16] Mohammad, M., Suhatri, M., Shariati, M. And Ghanbari, F., *Ductility and strength assessment of hsc beams with varying of tensile reinforcement ratios.*, Structural Engineering and Mechanics, Vol. 48, No. (6), pp. 833-848, 2013.
- [17] Ho, j.C.M., Lam, J.Y.K. and Kwan, A.K.H., *Flexural ductility and deformability of concrete beams incorporating high-performance materials.*, The Structural Design of Tall and Special Buildings, Vol. 21, pp. 114-132, 2012.
- [18] Lee, Hyung Joon., *Predictions of Curvature Ductility Factor of Reinforced Concrete Beam Sections Used High Strength Concrete and Steel.*, Journal of the Korean Society of Civil Engineer, Vol. 33, No. 2, pp. 483-493, March 2013.
- [19] Lee, H.J., *Evaluation on moment-curvature relations and curvature ductility factor of reinforced concrete beams with high strength materials.*, Journal of the Korea Concrete Institute, Vol. 25, No. 3, pp. 283-294, 2013.
- [20] Jang, I. Y., Park, H. G., Kim, S. S., Kim, J. H., and Kim, Y. G., *On the ductility of high-strength concrete beams.*, International Journal of Concrete Structures and Materials, Vol. 2, No. 2, pp. 115-122, 2008.
- [21] Hong, G. H., *Flexural performance evaluation of reinforced concrete beams with high-strength concrete and reinforcing bars.*, Journal of Architectural Institute of Korea, Architectural Institute of Korea, Vol. 27, No. 6, pp. 49-56, 2011.
- [22] Rashid, M. A. and Mansur, M. A., *Reinforced high-strength concrete beams in flexure.*, ACI Structural Journal, Vol. 102, No. 3, pp. 462-471, 2005.
- [23] Eurocode 2., *Design of concrete structures - Part 1-1: General rules and rules for buildings*, EN 1992-1-1:2003 E., Brussels, 2003.
- [24] Bouzid, H. and Kassoul, A., *Prédiction de la ductilité en courbure des poutres en béton à haute résistance selon l'Eurocode 2.*, Algérie Equipement, Vol. 56, pp. 33-45, Décembre 2015.
- [25] Règlement parasismique Algérien (RPA 99/V-2003)., *Règles parasismiques Algériennes 1999 - Version 2003.*, DTR-BC 248-CGS, Alger, 2003.